Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
Ispit

15. veljače 2016.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$, te formulu za mješoviti produkt vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$. (3 boda)

(ii) Jesu li vektori $\vec{a} = \vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

(ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 0 \\ 3x - y + 2z &= 5 \\ 2x - y + z &= 3. \quad (1 \text{ bod}) \end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1}. (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = 1 + \log_3 x$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = 1 + \log_3 x$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(8.96)$ ako je $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 9$ i predočite tu tangentu te graf funkcije $f(x)$. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = (x+3)^4(x+5)^4$. Računski odredite točke lokalnih ekstrema kao i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
Ispit

15. veljače 2016.

2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. Koristeći elementarne matrične transformacije riješite linearan sustav:

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0,$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0,$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0,$$

$$9x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 0.$$

(10 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{3}\vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$.

   (i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
   (5 bodova)

   (ii) Prikažite vektor $\vec{j} - \vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.
   (5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{2}{3^x} - x^3$.

   (i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

   (ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

   (iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = -\frac{x-2}{2} - \frac{2}{x-7}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) njene nultočke, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (4 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (4 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)